

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
цифровых технологий



/ Кургалин С.Д.

22.04.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.01.01.04 МОДЕЛИ И МЕТОДЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

**1. Код и наименование направления подготовки/специальности:**

02.03.01 Математика и компьютерные науки

**2. Профиль подготовки/специализация:**

математическое и программное обеспечение информационных систем и технологий

**3. Квалификация выпускника:** бакалавр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** цифровых технологий

**6. Составители программы:**

Семенов Михаил Евгеньевич, д.ф.-м.н., профессор

**7. Рекомендована:** НМС ФКН (протокол № 5 от 05.03.2024)

**8. Учебный год:** 2026-2027      **Семестр:** 6

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целью изучения дисциплины является обучение студентов современной теории нелинейных динамических систем, а также получение ими начальных практических навыков исследования динамических систем и процессов.

Задачи дисциплины:

- систематическое изложение основ современной нелинейной динамики;
- изучение методов решения задач нелинейной динамики: идентификация динамических режимов нелинейных систем, локализация аттракторов, бифуркационный анализ;
- знакомство с конкретными прикладными задачами нелинейной динамики волновых и колебательных процессов и примерами из практической деятельности.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к блоку Б1 учебного плана (часть, формируемая участниками образовательных отношений, дисциплины по выбору).

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий.	ПК-1.1	Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук, программирования и информационных технологий	Знать: методы и способы постановки и решения задач нелинейной динамики, возможности, методы и системы компьютерных технологий для физических теоретических и экспериментальных исследований;
		ПК-1.2	Умеет находить, формулировать и решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Уметь: самостоятельно ставить и решать конкретные физические задачи научных исследований в области нелинейной динамики с использованием современной аппаратуры и компьютерных технологий
		ПК-1.3	Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике	Владеть: навыками постановки и решения задач научных исследований в области нелинейной динамики с помощью современных методов и средств теоретических и экспериментальных исследований

ПК-3	Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий и программирования и компьютерной техники.	ПК-3.1	Знает основные методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программных продуктов и программных комплексов, их сопровождения, администрирования и развития (эволюции).	Знать: базовые разделы нелинейной динамики: основные понятия, модели, законы и теории; теоретические и методологические основы нелинейной динамики и способы их использования при решении научно-инновационных задач
		ПК-3.2	Умеет использовать методы проектирования и производства программного продукта, принципы построения, структуры и приемы работы с инструментальными средствами, поддерживающими создание программного продукта.	Уметь: применять полученную теоретическую базу для решения научно-инновационных задач, грамотно работать с научной литературой с использованием новых информационных технологий; применять полученные теоретические знания для самостоятельного освоения специальных разделов нелинейной динамики, необходимых в профессиональной деятельности
		ПК-3.3	Имеет практический опыт применения указанных выше методов и технологий.	Владеть: навыками использования теоретических основ базовых разделов нелинейной динамики при решении научно-инновационных задач; знаниями на уровне, позволяющем проводить эффективный анализ научной и технической информации в области нелинейной динамики и смежных дисциплин;

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. — 2/72.**

**Форма промежуточной аттестации— зачёт с оценкой.**

### **13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		6 сем.	
Аудиторные занятия	32	32	
в том числе:	лекции	16	16
	практические		
	лабораторные	16	16

Самостоятельная работа	40	40
Зачёт с оценкой		
Итого:	72	72

### 13.1. Содержание дисциплины

№п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Введение	Предмет и задачи нелинейной динамики	
1.2	Моделирование хаоса	Хаос в простейших моделях с дискретным временем. Система Лоренца. Свойства решений системы Лоренца. Бифуркации в системе Лоренца. Бифуркации и хаос в современных технических и инженерных системах.	
1.3	Описание поведения нелинейных систем	Сечение Пуанкаре, теорема Шильникова. Ляпуновские показатели отображений. Сценарии перехода к хаосу.	
<b>2. Лабораторные занятия</b>			
2.1	Анализ динамики рекуррентных дискретных последовательностей	Логистическая последовательность, отображение Эно.	
2.2	Анализ системы Лоренца.	Бифуркационный анализ системы Лоренца.	
2.3	Вычисление Ляпуновских показателей.	Алгоритм приближенного вычисления Ляпуновских показателей.	
2.4	Хаотическая динамика.	Реализация различных сценариев перехода от регулярной к хаотической динамике.	

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Введение	2		2	4	8
2	Моделирование хаоса	8		6	20	34
3	Описание поведения нелинейных систем	6		8	16	30
	Итого:	16		16	40	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объеме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Больше количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

## 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№п/п	Источник
1	Юмагулов, М. Г. Введение в нелинейную динамику: теория, приложения, модели / М. Г. Юмагулов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 368 с. — ISBN 978-5-507-47417-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/382073">https://e.lanbook.com/book/382073</a>
2	Многоликий хаос / Е. Ф. Мищенко, В. А. Садовничий, А. Ю. Колесов, Н. Х. Розов. — Москва : Физматлит, 2012. — 432 с. : ил., схем., табл. — Режим доступа: по подписке. — URL: <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=457674">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=457674</a>

б) дополнительная литература:

№п/п	Источник
1	Морозов, А. Д. Введение в математические методы нелинейной динамики : учебно-методическое пособие / А. Д. Морозов. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2012. — 98 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/153177">https://e.lanbook.com/book/153177</a>
2	Юмагулов, М. Г. Введение в теорию динамических систем : учебное пособие / М. Г. Юмагулов. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 272 с. — ISBN 978-5-8114-1799-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/211817">https://e.lanbook.com/book/211817</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№п/п	Ресурс
1	ЗНБ ВГУ: <a href="https://lib.vsu.ru/">https://lib.vsu.ru/</a>
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
3	Электронно-библиотечная система "Лань": <a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№п/п	Источник
1	Юмагулов, М. Г. Введение в нелинейную динамику: теория, приложения, модели / М. Г. Юмагулов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 368 с. — ISBN 978-5-507-47417-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/382073">https://e.lanbook.com/book/382073</a>

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитория для лекционных занятий: мультимедиа-проектор, экран для проектора, компьютер с выходом в сеть «Интернет». Специализированная мебель (столы ученические, стулья, доска). Программное обеспечение: LibreOffice v.5-7, программа для просмотра файлов формата pdf, браузер.

Компьютерный класс: специализированная мебель, персональные компьютеры на базе i3-9100-3,6ГГц, мониторы ЖК 19» (30 шт.), мультимедийный проектор, экран.

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит интерпретатор языка CPython, интерпретатор языка Anaconda, IDE PyCharm, редактор Jupiter.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение	ПК-1 ПК-3	ПК-1.1, ПК-1.2 ПК-1.3 ПК-3.1, ПК-3.2 ПК-3.3	Лабораторная работа № 1
2	Моделирование хаоса	ПК-1 ПК-3	ПК-1.1, ПК-1.2 ПК-1.3 ПК-3.1, ПК-3.2 ПК-3.3	Лабораторная работа № 2
3	Описание поведения нелинейных систем	ПК-1 ПК-3	ПК-1.1, ПК-1.2 ПК-1.3 ПК-3.1, ПК-3.2 ПК-3.3	Лабораторная работа № 3 Лабораторная работа № 4
Промежуточная аттестация форма контроля – зачёт с оценкой				Перечень вопросов к зачёту

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью лабораторных работ.

## Перечень лабораторных работ

1. Анализ динамики рекуррентных дискретных последовательностей: логистическая последовательность, отображение Эно.
2. Бифуркационный анализ системы Лоренца.
3. Алгоритм приближенного вычисления Ляпуновских показателей.
4. Реализация различных сценариев перехода от регулярной к хаотической динамике.

### Типовые задания для лабораторных работ

#### Лабораторная работа № 1

##### «Анализ динамики рекуррентных дискретных последовательностей: логистическая последовательность, отображение Эно»

**Цель работы:** проанализировать динамику дискретных последовательностей (логистической последовательности, отображения Эно) в зависимости от параметров, построить бифуркационные диаграммы, идентифицировать переход к хаотическому режиму.

**Требования к выполнению работы:** выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей указанные выше последовательности, а также построение бифуркационных диаграмм;

Отчёт о работе проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

**Критерии оценки:** для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

**Задание:** написать программу, реализующую динамику дискретных последовательностей (логистической последовательности, отображения Эно) в зависимости от параметров, построить бифуркационные диаграммы, идентифицировать переход к хаотическому режиму. Проверить работу программы на контрольном примере.

#### Лабораторная работа № 2

##### «Бифуркационный анализ системы Лоренца»

**Цель работы:** построить бифуркационную диаграмму системы Лоренца.

**Требования к выполнению работы:** выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей решение системы Лоренца методом Рунге-Кутты, а также бифуркационную диаграмму.

**Отчёт о работе** проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

**Критерии оценки:** для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

**Задание:** написать программу, реализующую решение системы Лоренца методом Рунге-Кутты, а также бифуркационную диаграмму. Проверить работу программы на контрольном примере.

### Лабораторная работа № 3 «Алгоритм приближенного вычисления Ляпуновских показателей»

**Цель работы:** реализовать приближенный алгоритм Бениттина вычисления ляпуновских показателей.

**Требования к выполнению работы:** выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, реализующей решение системы Лоренца методом Рунге-Кутты, а также совместное решение с ней трех линеаризованных систем, метод ортогонализации Грама-Шмидта и оценку ляпуновских показателей.

**Отчёт о работе** проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

**Критерии оценки:** для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

**Задание:** написать программу, реализующую решение системы Лоренца методом Рунге-Кутты, а также совместное решение с ней трех линеаризованных систем, метод ортогонализации Грама-Шмидта и оценку ляпуновских показателей. Проверить работу программы на контрольном примере.

### Лабораторная работа № 4 «Реализация различных сценариев перехода от регулярной к хаотической динамике»

**Цель работы:** реализовать несколько различных сценариев перехода систем от регулярной к хаотической динамике.

**Требования к выполнению работы:** выполнение лабораторной работы предусматривает написание программы, наглядно реализующей переход к хаотической динамике через каскад бифуркаций удвоения периода и через перемежаемость.

**Отчёт о работе** проводится в виде собеседования и заключается в демонстрации работы программы, объяснении принципов работы алгоритма и ответов на дополнительные вопросы.

**Критерии оценки:** для получения оценки «зачтено» необходимо показать высокий уровень владения теоретическим материалом, уметь объяснить принцип работы написанной программы, верно ответить на дополнительные вопросы.

**Задание:** написать программу, реализующую переход к хаотической динамике через каскад бифуркаций удвоения периода и через перемежаемость на примере системы, описывающей динамику осциллятора Дуффинга. Проверить работу программы на контрольном примере.

#### 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: перечень вопросов к зачёту.

#### Перечень вопросов к зачёту

1. Простое и сложное поведение. Порядок в хаосе.
2. Прообразы динамического хаоса. Сдвиг Бернулли. Проблемы турбулентности
3. Определение динамической системы. Уравнения движения и отображение



4. Инвариантные множества. Асимптотическое поведение, физический смысл, устойчивость.
  5. Определение бифуркации. Теорема о центральном многообразии.
  6. Центральное многообразие и анализ бифуркаций. Цепочки бифуркаций, сценарии перехода к хаосу.
  7. Статистические методы применительно к динамическим системам.
- Инвариантная мера и уравнение Перрона-Фробениуса
8. Примеры непрерывных инвариантных мер. Динамические системы с шумом
  9. Самоорганизация. Инерциальные многообразия, оценка размерности аттрактора.
  10. Уравнение Курамото-Цузуки (или Гинзбурга-Ландау)
  11. Энтропия динамической системы
  12. Размерности аттракторов динамических систем
  13. Устойчивость и показатели Ляпунова. Свойства ляпуновских показателей и их связь с другими характеристиками
  14. Вычисление показателей Ляпунова
  15. Временные ряды и их обработка
  16. Идея реконструкции аттрактора. Выбор параметров реконструкции
  17. Расчет фрактальной размерности аттрактора
  18. Предсказание временных рядов. Оценка ляпуновских показателей по временному ряду

Для оценивания результатов обучения на зачёте с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Дан полный, развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Изложение материала не содержит ошибок, отличается последовательностью, грамотностью, логической стройностью.	Повышенный уровень	Отлично
Дан развёрнутый ответ на поставленный вопрос (вопросы), обучающийся свободно оперирует основными понятиями дисциплины, ориентируется в предметной области. Материал изложен в целом последовательно и грамотно, отсутствуют грубые ошибки, однако имеются отдельные неточности в определениях, вычислениях, доказательствах, изложениях положений теории.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) содержит изложение только базового теоретического материала, имеются ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Нарушена логическая последовательность в изложении материала.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на поставленный вопрос (вопросы) отсутствует, либо содержит грубые ошибки в определениях, вычислениях, доказательствах, формулировках положений теории. Обучающийся не владеет основными понятиями дисциплины. Отсутствует логическая последовательность в изложении материала.	–	Неудовлетворительно